Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica
Grupo de Mecânica dos Fluidos de Escoamentos Complexos - VORTEX
Mecânica dos Fluidos II

Exercícios Complementares das Listas da Segunda Prova

1) Considere o escoamento uniforme U em torno de um cilindro de raio a girando com velocidade angular ω. A força de sustentação resultante é $4\rho U^2 a$.

(a) Determine a magnitude e o sentido da velocidade angular ω.

(b) Mostre que a pressão no ponto $r = a$, $\theta = 0$ é dada por:

$$p = p_\infty + 0.29736\rho U^2$$

em que p_∞ e U correspondem, respectivamente, à pressão e à velocidade da corrente livre.

(c) Proponha uma aplicação prática desse problema para sistemas de propulsão.

2) Considere uma fonte potencial 2D em um escoamento uniforme U e pressão p_∞. Mostre que a diferença de pressão $p - p_\infty$ é dada por

$$p - p_\infty = \frac{1}{2}\rho U^2 \left[\frac{2\text{sen}\theta\cos\theta}{\theta} - \left(\frac{\text{sen}\theta}{\theta}\right)^2\right]$$

na superfície $\psi = 0$.

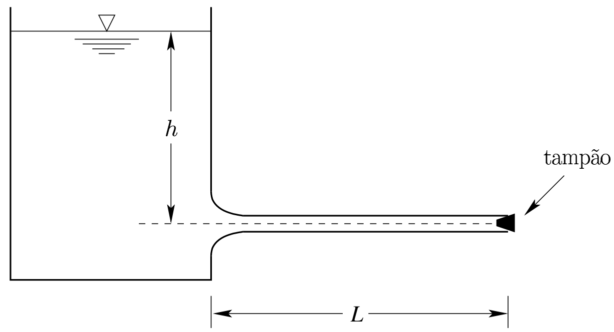
3) Considere o escoamento uniforme (U, p_∞) em torno de um cilindro longo de raio a. Mostre que em $\theta = \pi/2$ a variação da velocidade e pressão com a distância radial são dados respectivamente por:

$$u_\theta = -U\left[\left(\frac{a}{r}\right)^2 + 1\right] \quad \text{e} \quad p - p_\infty = -\frac{1}{2}\rho U^2\left[\left(\frac{a}{r}\right)^4 + 2\left(\frac{a}{r}\right)^2\right]$$

4) Um grande tanque de um líquido possui um tubo horizontal conectado a ele conforme ilustrado na figura abaixo. O tanque é aberto para a atmosfera e a superfície livre de líquido no tanque está a uma altura h acima do eixo do tubo. No tempo $t = 0$, o tampão da extremidade do tubo é retirado e o líquido começa a escoar sob ação da gravidade. Desprezando as perdas por fricção e assumindo que h permanece praticamente constante, mostre que a velocidade V do escoamento do tubo em qualquer tempo é dada por:

$$V = \sqrt{2gh}\,\tanh(\sqrt{2gh}\,t/2L)$$

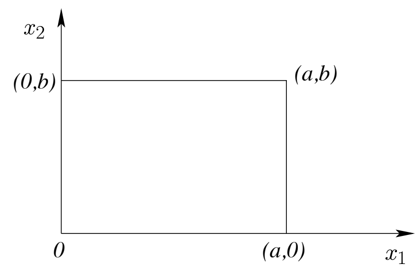
[*Dica*: utilize a equação de Bernoulli transiente]



5) Dado o campo de velocidade

$$\boldsymbol{u} = x_1\hat{e}_1 - x_2\hat{e}_2 + 8\hat{e}_3$$

Avalie a circulação em torno do caminho retangular no plano $x_1 - x_2$ mostrado na figura abaixo.



6) Fluido irrotacional move-se em uma região V simplesmente conexa, limitada pela superfície fechada S. Mostre que se $\boldsymbol{u} = \nabla\phi$ e $\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0$, então:

$$\nabla^2\phi = 0$$

e a energia cinética

$$T = \frac{1}{2}\rho \int_V u^2 dV$$

pode ser escrita como

$$T = \frac{1}{2}\rho \int_S \phi\frac{\partial\phi}{\partial n} dS$$

[*Dica*: utilize a identidade $\nabla \cdot (\phi\nabla\phi) = (\nabla\phi)^2 - \phi\nabla^2\phi$]

Considere um cilindro movendo-se com velocidade U através de um fluido inicialmente em repouso. A função de corrente desse escoamento pode ser obtida do escoamento em torno do cilindro sem circulação dado em sala superposto ao escoamento uniforme $-U$ de forma que a condição de contorno de velocidade nula no infinito seja satisfeita. Mostre que

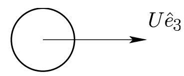
$$\phi = U\frac{a^2}{r}\cos\theta$$

e

$$T = \left(\frac{1}{2}\rho\pi a^2 \ell\right) U^2$$

considerando um cilindro de comprimento ℓ. Interprete o resultado da energia cinética.

7) Formule o problema de escoamento irrotacional em torno de um cilindro que se move com velocidade constante U em um fluido em repouso no infinito. Apresente a equação governante e as condições de contorno nas coordenadas apropriadas.



8) Sabendo que a equação de Euler para descrever o movimento em regime permanente de um fluido magnético invíscido é dada por

$$\rho \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} = -\nabla p + \mu_0 M \nabla H + \rho \boldsymbol{g}$$

em que M é magnetização local do fluido, μ_0 é a permeabilidade magnética do espaço livre e H é a intensidade de campo magnético aplicado. Mostre que a equação de Bernoulli para fluido magnético incompressível é dada por

$$\frac{p}{\rho} + gh + \frac{1}{2}u^2 - \frac{\mu_0}{\rho}\overline{M}H = \text{constante},$$

em que

$$\overline{M} = \frac{1}{H}\int_0^H M dH$$

9) Considere o campo de escoamento 2D formado pela combinação de um escoamento uniforme $\boldsymbol{v} = v_0\hat{e}_1$ e uma fonte e um sumidouro de intensidades iguais. A fonte é localizada em $(-a, 0)$ e o sumidouro em $(a, 0)$.

(a) Determine a função de corrente e o potencial de velocidade para esse campo de escoamento superposto.

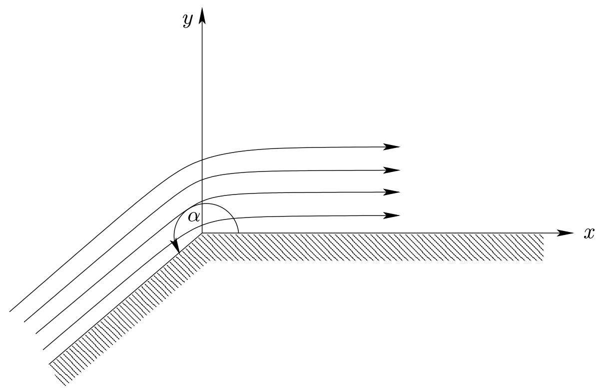
(b) Localize a posição dos pontos de estagnação desse escoamento.

(c) Determine a equação que descreve o contorno do corpo gerado pelo escoamento (corpo de Rankine oval).

(d) Determine a espessura máxima desse corpo.

(e) Determine o campo de velocidade e o coeficiente de pressão do escoamento em torno do corpo de Rankine gerado.

10) A função de corrente $\psi = r^{\pi/\alpha}\text{sen}(\pi\theta/\alpha)$ representa um escoamento 2D em torno de um canto de ângulo α tal como ilustrado na figura abaixo. (a) Determine o potencial de velocidade desse escoamento. (b) Prove que o escoamento dado é uniforme para $\alpha = \pi$. (c) Qual a velocidade do escoamento ao longo de uma parede horizontal a ℓ metros do canto com $\alpha = \pi/2$.



11) Considere o escoamento

$$x = e^{-\alpha t/2}\left\{X\cos\left[\frac{\Omega}{\alpha}(e^{\alpha t}-1)\right] - Y\,\mathrm{sen}\left[\frac{\Omega}{\alpha}(e^{\alpha t}-1)\right]\right\}$$

$$y = e^{-\alpha t/2}\left\{Y\cos\left[\frac{\Omega}{\alpha}(e^{\alpha t}-1)\right] + X\,\mathrm{sen}\left[\frac{\Omega}{\alpha}(e^{\alpha t}-1)\right]\right\}$$

$$z = Ze^{\alpha t}$$

em que t denota o tempo e (x, y, z) a posição das partículas fluidas que em $t = 0$ estavam em (X, Y, Z). Mostre que

$$\boldsymbol{u} = \left(-\frac{1}{2}\alpha x - \Omega y e^{\alpha t}, -\frac{1}{2}\alpha y + \Omega x e^{\alpha t}, \alpha z\right)$$

e

$$\boldsymbol{\xi} = (0, 0, 2\Omega e^{\alpha t})$$

Mostre também que a equação da vorticidade para escoamento de fluido invíscido é satisfeita.

$$\frac{D\boldsymbol{\xi}}{Dt} = (\boldsymbol{\xi}\cdot\nabla)\boldsymbol{u}$$