Guia prático para o tratamento de dados do experimento de viscosidade

Igor Dal Osto Pereira
Departmento de Engenharia Mecânica
UnB- Universidade de Brasília
Brasília - DF.

21 de novembro de 2017

1 Cannon-Fenske

Neste experimento foram obtidos, para cada temperatura dos fluidos cuja viscosidade pretende-se medir, o tempo que estes levam para escoar entre as duas marcas de referência do Cannon-Fenske.

Para um determinado fluido de viscosidade cinemática η à temperatura T, o erro associado à medida experimental de sua viscosidade e da temperatura de realização do experimento será dado, respectivamente, por:

$$\Delta\eta = \max[\epsilon(\eta)_i, \epsilon(\eta)_a], \tag{1}$$

$$\Delta T = \max[\epsilon(T)_i, \epsilon(T)_a]. \tag{2}$$

em que ϵ_i é o erro instrumental e Π_a o erro aleatório.

O erro instrumental para cada variável deverá ser obtido com base na variabilidade intrínseca aos instrumentos de medida utilizados, sendo eles:

- Erro instrumental do cronômetro: $\Delta t = \pm 0,01s$;
- Erro instrumental do banho térmico: $\Delta T = \pm 0,001°C$.

Neste caso, deve-se portanto expandir o erro a partir da fórmula de cálculo da viscosidade, ou seja:

$$\eta = Kt \longleftrightarrow \epsilon(\eta)_i = K\Delta t, \tag{3}$$

$$T \longleftrightarrow \epsilon(T)_i = \Delta T. \tag{4}$$

na qual K é a constante do Cannon-Fenske.

O erro aleatório será definido a partir de considerações estatísticas. Seja n o número de realizações (repetições) do experimento, com base nisso definem-se:

- t_j - tempo de escoamento medido na j-ésima realização;
- $\eta_j = Kt_j$ - viscosidade obtida indiretamente na j-ésima realização; e
- T_j - a temperatura na j-ésima realização.

A partir das variáveis supracitadas, a viscosidade deve ser calculada como a média aritmética das viscosidades obtidas nas n realizações para um mesmo fluido, procedendo-se da mesma forma para a temperatura, ou seja:

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^{n} \eta_j}{n} = K\frac{\sum_{j=1}^{n} t_j}{n}, \tag{5}$$

$$T = \frac{\sum_{j=1}^{n} T_j}{n}. \tag{6}$$

O erro aleatório relativo à viscosidade, será definido como o desvio padrão amostral (σ) das viscosidades calculadas em cada realização, assim como o erro da temperatura será obtido de forma análoga:

$$\epsilon(\eta)_a = \sigma(\eta) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(\eta_j - \eta)^2}{n-1}}, \tag{7}$$

$$\epsilon(T)_a = \sigma(T) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(T_j - T)^2}{n-1}}. \tag{8}$$

Portanto, para plotar o gráfico de η em função de T, cada ponto será representado pelo seguinte par ordenado: $(T \pm \Delta T, \eta \pm \Delta\eta)$.

2 Viscosímetro *Couette*

Este experimento permite a obtenção da viscosidade de um dado fluido em função da taxa de cisalhamento a ele aplicada. A análise do erro experimental neste caso será dividida em duas partes: a determinação do erro experimental relativo à taxa de cisalhamento e do erro experimental relativo à viscosidade.

No entanto, primeiramente seja definir os erros instrumentais presentes nesta análise:

- Torque - $\Delta\tau = \pm 0,1\,N.m$;
- Comprimento - $\Delta L = \pm 0.05\,mm$; e
- Rotação - $\Delta N = \pm 0,1\,rpm$.
- Velocidade angular (medida indireta) - $\omega = \pm \frac{2\pi}{60}\Delta N\,rad/s$

2.1 Erro experimental relativo à taxa de cisalhamento

Novamente, como realizado na seção (1), o erro relativo à taxa de cisalhamento, deverá ser obtido como o máximo entre o erro experimental e o aleatório associado a esta variável, isto é:

$$\Delta\eta = \max[\epsilon(\dot{\gamma})_i, \epsilon(\dot{\gamma})_a], \tag{9}$$

no entanto, dado que não se mediu diretamente a taxa de cisalhamento, mas sim a rotação (N), pode-se desconsiderar o erro aleatório. O erro experimental associado a esta variável, será dado, portanto, somente pelo erro instrumental, o qual deve ser obtido por expansão da equação para o cálculo de $\dot{\gamma}$, da seguinte forma:

$$\dot{\gamma} = \frac{R_1\omega}{R_2 - R_1} \longleftrightarrow \Delta\eta = \epsilon(\dot{\gamma})_i = \frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial R_1}\Delta(R_1) + \frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial R_2}\Delta(R_2) + \frac{\partial\dot{\gamma}}{\partial\omega}\Delta(\omega). \tag{10}$$

Observe que $\Delta(R_1) = \Delta(R_2) = \Delta(L)$.

2.2 Erro experimental relativo à viscosidade

Seguindo novamente a convenção adotada para o erro experimental de uma dada variável, define-se o erro associado à viscosidade da seguinte forma:

$$\Delta\eta = \max[\epsilon(\mu_i, \epsilon(\mu)_a]. \tag{11}$$

O erro instrumental deverá ser obtido com base na expansão da fórmula para o cálculo da viscosidade em função dos erros instrumentais relativos à cada variável envolvida, logo:

$$\mu = \frac{\tau(R_2 - R_1)}{2\pi R_1^3 L\omega} \longleftrightarrow \epsilon(\mu)_i = \frac{\partial\mu}{\partial R_1}\Delta(R_1) + \frac{\partial\mu}{\partial R_2}\Delta(R_2) + \frac{\partial\mu}{\partial\omega}\Delta(\omega) + \\ + \frac{\partial\mu}{\partial\tau}\Delta(\tau) + \frac{\partial\mu}{\partial L}\Delta(L). \tag{12}$$

O cálculo do erro aleatório associado à viscosidade envolve o tratamento estatístico de séries temporais, haja vista que os dados fornecidos pelo viscosímetro informam, para uma taxa de cisalhamento fixa da *spindle*, o valor da viscosidade do fluido em intervalos de tempo definidos pelo operador (por exemplo, de 10 em 10 segundos, durante 20 minutos).

Para associar um valor representativo da viscosidade em função da taxa de cisalhamento deve-se recorrer à média temporal, da forma que se segue: imagine que para a rotação de $1rpm$ foram medidas 3 vezes, com cada realização durando 20 minutos, a viscosidade aparente de um dado fluido. Tais medidas resultam em 3 séries temporais $\mu_1^*(t)$, $\mu_2^*(t)$ e $\mu_3^*(t)$.

Recorrendo à média temporal, obtemos um valor de viscosidade ($\bar{\mu}$) que representa o valor médio desta propriedade durante todo o intervalo de coleta de dados para cada realização, o qual é calculado da seguinte forma:

$$\bar{\mu}_i(\dot{\gamma}) = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} \mu_i^*(t)dt, \; i = 1, 2, 3. \tag{13}$$

Na qual, t_f é o tempo final, t_i é o tempo inicial e i é um índice que se refere ao número de realizações para cada $\dot{\gamma}$ fixo.

Em nosso exemplo, resolvendo a integral numericamente para as três séries temporais, obtém-se $\bar{\mu}_1$, $\bar{\mu}_2$ e $\bar{\mu}_3$. Logo, o valor da viscosidade para o valor fixo de taxa de cisalhamento resultante da rotação fixa aplicada ao fluido é a média aritmética dos referidos valores,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{n} \bar{\mu}_j}{n}, \tag{14}$$

e o erro aleatório é o desvio padrão das mesmas variáveis,

$$\epsilon(\mu)_a = \sigma(\bar{\mu}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar{\mu}_i - \mu)^2}{n-1}}. \tag{15}$$

Portanto, para plotar o gráfico de μ em função de $\dot{\gamma}$, cada ponto será representado pelo seguinte par ordenado: $(\dot{\gamma} \pm \Delta\dot{\gamma}, \mu \pm \Delta\mu)$.

2.3 Dados geométricos do viscosímetro

- Tipo de haste: *spindle* Brooksfield SC-18;
- Diâmetro externo (R1): 17,45;

- Diâmetro interno do cilindro externo (luva metálica ? R2)= 17,45; e
- Comprimento útil (L): 31,35.