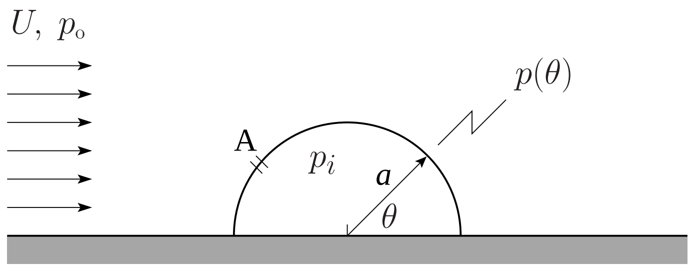
Lista 3
Disciplina Mecânica dos Fluidos II - ENM - UnB

1. A figura abaixo representa a seção transversal de uma cabana com a forma de um meio-cilindro. Sobre a cabana incide lateralmente uma rajada de vento com velocidade U, conforme esquematizado. A pressão no interior da cabana é denotada por p_i.



   (a) Determine o campo de velocidade do escoamento ao redor da cabana e obtenha uma expressão para a força (por unidade de comprimento) atuando sobre a cabana devido à diferença entre as pressões interna e externa.

   (b) Com o intuito de reduzir esta força, um furo é introduzido no teto da cabana no ponto A para que p_i seja igual à pressão superficial neste ponto. Determine a posição angular do ponto A para que a força líquida sobre a casca se anule.

2. Considere o escoamento bidimensional induzido pelo movimento de um cilindro infinito em um fluido invíscido inicialmente em repouso. O cilindo de raio a move-se com velocidade uniforme $-U\mathbf{e}_x$. Mostre que o potencial de velocidade ϕ para este escoamento é dado por

$$\phi(r,\theta) = U\frac{a^2}{r}\cos\theta.$$

3. Considere o escoamento induzido pelo movimento de um corpo rígido transladando com velocidade $\mathbf{U}(t)$ em um fluido invíscido inicialmente em repouso. O potencial de velocidade ϕ deste escoamento é dado de forma geral por

$$\phi(\mathbf{x}) = \mathbf{U}\cdot\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x}),$$

em que a função vetorial $\boldsymbol{\Phi}(\mathbf{x})$ depende apenas da geometria do corpo submerso e independente de $\mathbf{U}$. A força exercida instantaneamente pelo campo de pressão p sobre o corpo é dada por

$$\mathbf{F} = \rho\frac{\mathrm{d}\mathbf{U}}{\mathrm{d}t}\cdot\int_S \boldsymbol{\Phi}\mathbf{n}\mathrm{d}S + \rho\int_S\left(\frac{1}{2}|\mathbf{u}|^2 - \mathbf{U}\cdot\mathbf{u}\right)\mathbf{n}\mathrm{d}S, \tag{1}$$

em que S é a superfície do corpo rígido.

   (a) Mostre que, se a translação do corpo é permanente, então:

$$\mathbf{F}\cdot\mathbf{U} = 0.$$

   Interprete fisicamente este resultado e explique a concordância/discordância deste com medidas experimentais.

   Dica: Utilize a identidade

$$\frac{1}{2}\int_S (\nabla\phi)^2\mathbf{n}\mathrm{d}S = \int_S \nabla\phi(\nabla\phi\cdot\mathbf{n})\mathrm{d}S.$$

(b) Em particular, mostre o resultado do item anterior para o caso de um cilindro movendo-se com velocidade uniforme $-U\mathbf{e}_x$.

(c) Mostre que, se o cilindro de raio a é acelerado com $\mathbf{U}(t) = -U(t)\mathbf{e}_x$, então a força de resistência é dada por

$$\mathbf{F} = M'\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\mathbf{e}_x,$$

em que $M' = \rho\pi a^2$ é a *massa virtual* (por unidade de comprimento) do cilindro.

(d) Para um dado corpo rígido qualquer

$$\int_S \mathbf{\Phi}\mathbf{n}\mathrm{d}S = \lambda_1\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + \lambda_2\mathbf{e}_2\mathbf{e}_2 + \lambda_3\mathbf{e}_3\mathbf{e}_3,$$

em que os vetores unitários $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3\}$ são mutuamente ortogonais e as constantes $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ dependem da geometria do corpo. Determine a massa virtual para a situação em que o corpo submerso é acelerado ao longo da direção do vetor $\mathbf{e}_2$.