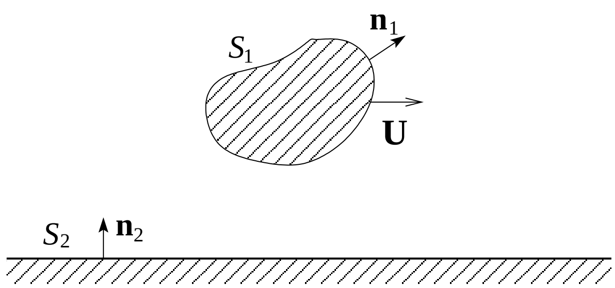
Lista 4
Disciplina Mecânica dos Fluidos II - ENM - UnB

1. Formule o problema (ou seja, explicite a equação governante e as condições de contorno cinemáticas e dinâmicas) de escoamento potencial incompressível para a geometria abaixo, em que um corpo arbitrário se move com velocidade constante **U** sobre uma parede plana estacionária. O fluido no qual o corpo está imerso encontrava-se inicialmente em repouso. Nos contornos sólidos S_1 e S_2 esquematizados, o vetor normal em cada ponto é denotado por $\mathbf{n}_1$ e $\mathbf{n}_2$, respectivamente.



2. Seja **u** o campo de velocidade de um escoamento bidimensional incompressível. Então podemos escrever $\mathbf{u} = \nabla \times \mathbf{B}$, com $\mathbf{B} = (0, 0, \psi)$, em que ψ é uma função escalar. Mostre que, se **u** é um campo irrotacional, então a função ψ satisfaz a equação de Laplace, $\nabla^2\psi = 0$.

3. Considere a função potencial
$$\phi = -\frac{k}{r}\cos\theta$$
expressa em coordenadas polares, onde k é uma constante. Mostre que esta função representa um potencial de velocidade de um escoamento incompressível bidimensional e irrotacional definido em todo o plano, exceto na origem. Determine a função de corrente correspondente.

4. Determine as componentes do campo de velocidade para as seguintes funções de corrente:
   (a) $\psi = x + y + x^2 + xy + y^2$
   (b) $\psi = Ar(1 - B/r^2)\sin\theta$
   (c) $\psi = -Ay + B\exp(-y)\sin x$

5. A função de corrente $\psi = r^{\pi/\alpha}\sin(\pi\theta/\alpha)$ representa um escoamento bidimensional permanente ao redor de um canto com ângulo α. (a) determine o potencial de velocidade ϕ para este escoamento; (b) Mostre que, para $\alpha = \pi$, a função ϕ representa um escoamento uniforme.

6. Considere um escoamento potencial tridimensional e compressível. Se $\phi(x, y, z)$ é o potencial de velocidade e $\rho(x, y, z)$ a densidade do fluido, mostre que, para regime permanente, a equação da continuidade pode ser escrita na forma:
$$\rho\left(\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}\right) + \frac{\partial\phi}{\partial x}\frac{\partial\rho}{\partial x} + \frac{\partial\phi}{\partial y}\frac{\partial\rho}{\partial y} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{\partial\rho}{\partial z} = 0.$$

7. O vórtice de Rankine, definido pelo seguinte campo de velocidade
$$u_\theta = \begin{cases} \Omega r, & r < a, \\ \dfrac{\Omega a^2}{r}, & r > a, \end{cases}$$
com $u_r = u_z = 0$, é um modelo simplificado de um tornado. Assumindo que $p = p_\infty$ quando $r \to \infty$, determine o campo de pressão $p(r)$ no núcleo ($r < a$) e no exterior ($r > a$) do vórtice de Rankine. Mostre que o centro do tornado é uma região de baixa pressão quando comparada com p_∞.

8. A função de corrente Ψ do escoamento de fluido invíscido em torno de uma esfera estacionária de raio a imersa em um escoamento uniforme $U\mathbf{e}_z$ é dada por:

$$\Psi(r,\theta) = \frac{1}{2}Ur^2\text{sen}^2\theta\left(1 - \frac{a^3}{r^3}\right).$$

Determine a massa virtual M' da esfera. Estime o erro percentual cometido (em função da razão entre as densidades do fluido e da esfera) ao se desprezar o efeito de massa virtual no cálculo da força necessária para acelerar uma esfera imersa em fluido invíscido.