Lista 6

1. Mostre que o vetor de tensões $\mathbf{t}$ para um fluido Newtoniano incompressível pode ser escrito em notação indicial na forma

$$t_i = -pn_i + \mu n_i \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

em que $\mathbf{n}$ é o vetor normal ao elemento fluido considerado. Verifique ainda que, no caso de escoamento unidirecional bidimensional ($\mathbf{u} = u(y)\mathbf{e}_x$), quanto $\mathbf{n} = \mathbf{e}_y$ o vetor de tensões $\mathbf{t}$ se reduz a

$$\mathbf{t} = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \mathbf{e}_x - p\mathbf{e}_y.$$

2. Considere escoamento unidirecional de fluido incompressível entre duas placas paralelas, separadas por uma distância h. A placa inferior é estacionária, enquanto a placa superior desloca-se com velocidade uniforme U. Considere fluido Newtoniano, mas com uma viscosidade μ que varia linearmente com a distância y medida a partir da placa inferior, ou seja,

$$\mu = \mu_0 \left(1 + A\frac{y}{h} \right),$$

em que μ_0 e A são constantes. Obtenha a equação diferencial para o campo de velocidade unidirecional e especifique as condições de contorno.

3. O tensor de tensões para um fluido compressível é dado por

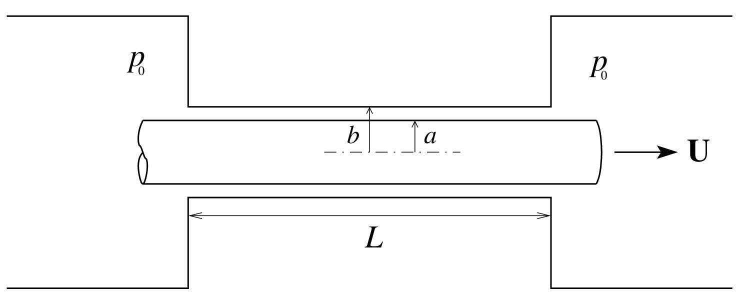
$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{1} + \boldsymbol{\sigma}',$$

com

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mu \left[\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^{\mathrm{T}} - \frac{2}{3}(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{1} \right] + \zeta(\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{1},$$

em que ζ é o chamado *segundo coeficiente de viscosidade*. Obtenha a equação do movimento para fluido compressível assumindo μ e ζ constantes.

4. Uma barra de seção circular é puxada através de um cilindro que conecta duas câmaras, conforme indicado na figura abaixo. As câmaras são mantidas a uma pressão constante p_0. Obtenha uma expressão para o fluxo volumétrico de fluido entre as câmaras e para a força necessária para puxar a barra através do cilindro.



5. Considere o escoamento unidirecional permanente de duas camadas de fluidos imiscíveis entre placas paralelas, conforme ilustrado na Fig. 1. Determine a expressão para o perfil de velocidade do escoamento induzido por um gradiente de pressão $\partial p/\partial x = -G$. Determine a distribuição de velocidade quando a placa superior se move ao longo de seu plano com velocidade uniforme $U\mathbf{e}_x$.

6. Considere escoamento laminar permanente em um plano inclinado sob a ação da gravidade, conforme mostrado na Figura 3 abaixo.

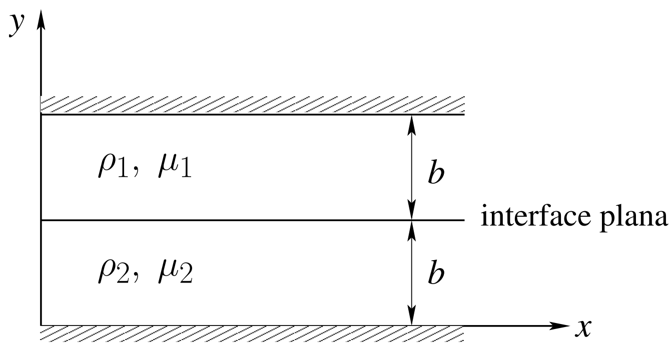


Figura 1: Fluidos imiscíveis entre placas paralelas.

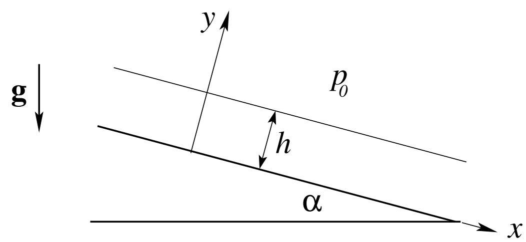


Figura 2: Escoamento laminar em um plano inclinado.

(a) Mostre, utilizando argumentos de escala e a equação da continuidade, quais condições são necessárias para que este ecoamento seja considerado unidirecional bidimensional.

(b) Mostre que as equações de Navier-Stokes em regime permanente se reduzem a

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}y^2} + g\sin\alpha = 0$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - g\cos\alpha = 0$$

(c) Explique porque não é possível utilizar o conceito de pressão modificada neste problema.

(d) Utilize condições de contorno fisicamente consistentes com o problema e mostre que a distribuição de pressão p e velocidade u são dadas por:

$$p - p_0 = \rho g(h-y)\cos\alpha, \qquad u(y) = \frac{g}{2\nu}y(2h-y)\sin\alpha. \tag{1}$$

(e) Mostre que a vazão volumétrica Q (por unidade de comprimento ao longo da direção z) é dada por:

$$Q = \frac{gh^3}{3\nu}\sin\alpha. \tag{2}$$

(f) Calcule a tensão de cisalhamento na parede.